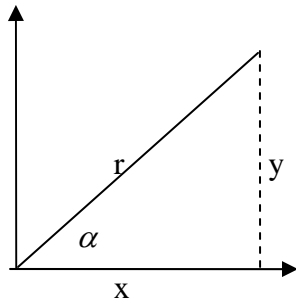


Contoh-contoh Soal dan Pembahasan Trigonometri

1. Jika sudut α dan β lancip, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ dan $\cos \beta = \frac{24}{25}$,
berapa nilai $\cos(\alpha - \beta)$?

Jawab :

* diketahui $\cos \alpha = \frac{4}{5}$; dimana $\cos \alpha = \frac{x}{r}$



$$\Rightarrow \begin{aligned} x &= 4 \\ r &= 5 \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

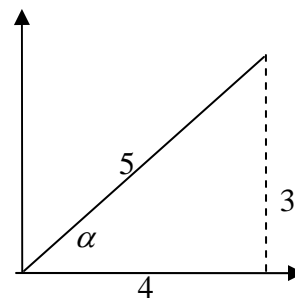
$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$= 25 - 16$$

$$= 9$$

$$y = \sqrt{9} = \pm 3 \text{ karena sudut lancip berada di kuadran 1}$$

maka nilai yang diambil adalah + 3



sehingga $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{3}{5}$

* diketahui $\cos \beta = \frac{24}{25}$; dimana $\cos \beta = \frac{x}{r}$

$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$= 625 - 576$$

$$= 49$$

$$y = \sqrt{49} = 7 \rightarrow \text{sudut lancip; sehingga } \sin \beta = \frac{y}{r} = \frac{7}{25}$$

Ditanyakan $\cos(\alpha - \beta) \Rightarrow$ dari rumus dijabarkan menjadi

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

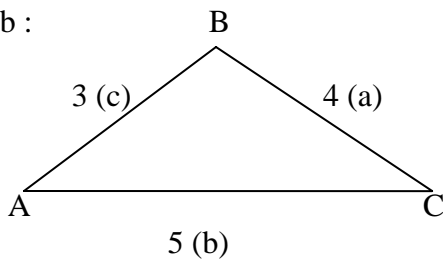
masukkan nilai-nilai di atas :

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{24}{25} + \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{25}$$

$$= \frac{96}{125} + \frac{21}{125} = \frac{117}{125}$$

2. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi AB = 3 cm dan BC = 4 cm dan AC = 5 cm. Nilai Cos C adalah.....

Jawab :



gunakan aturan cosinus

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$2 ab \cos C = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \frac{4^2 + 5^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{38}{40} = \frac{19}{20}$$

3. Diketahui $\cos A = \frac{4}{5}$, berada di kuadran kedua, berapa nilai $\sin 2A$

Jawab:

berada di kuadran kedua berarti x nya negatif

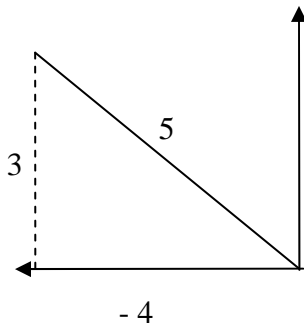
kuadran I $\rightarrow x = + ; y = +$

kuadran II $\rightarrow x = - ; y = +$

kuadran III $\rightarrow x = - ; y = -$

kuadran IV $\rightarrow x = + ; y = -$

$$\cos A = \frac{4}{5} \text{ karena di kuadran kedua maka nilai } \cos A = \frac{-4}{5}$$



$$\cos A = \frac{-4}{5} = \frac{x}{r}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 \\ y^2 &= r^2 - x^2 \\ &= 25 - 16 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$y = 3 \rightarrow \text{sehingga } \sin A = \frac{y}{r} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \sin 2A &= 2 \sin A \cos A \\ &= 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{-4}{5} = \frac{-24}{25} \end{aligned}$$

4. Bentuk $\frac{1 - \cos 4x}{2}$ adalah identik dengan ...

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos 4x}{2} &= \frac{1}{2} - \frac{\cos 4x}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\cos(2x + 2x)}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\cos 2x \cos 2x - \sin 2x \sin 2x}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\cos^2 2x - \sin^2 2x}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} - \frac{(1 - 2\sin^2 2x)}{2} \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \sin^2 2x \\
 &= \sin^2 2x
 \end{aligned}$$

5. Jika $\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, maka $\theta = \dots\dots\dots$

jawab :

$$\left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$\frac{1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{1}{3} \Rightarrow 1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{3}(1 - \cos^2 \theta)$$

$$1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\cos^2 \theta$$

$$\frac{2}{3} - 2\cos \theta + \frac{4}{3}\cos^2 \theta = 0$$

$$\frac{4}{3}\cos^2 \theta - 2\cos \theta + \frac{2}{3} = 0 \quad \times 3$$

$$4\cos^2 \theta - 6\cos \theta + 2 = 0$$

pakai rumus ABC :

Anggap $\cos \theta = x$

diketahui $a = 4$; $b = -6$ dan $c = 2$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{6+2}{8} = 1; x_2 = \frac{6-2}{8} = \frac{1}{2}$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow \cos \theta = 1; \theta = 0^\circ$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}; \theta = 60^\circ$$

Kita masukkan ke dalam persamaan :

$$\theta = 0^\circ$$

$$\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{1-1}{0} = \sim \Rightarrow \text{tidak memenuhi}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{memenuhi}$$

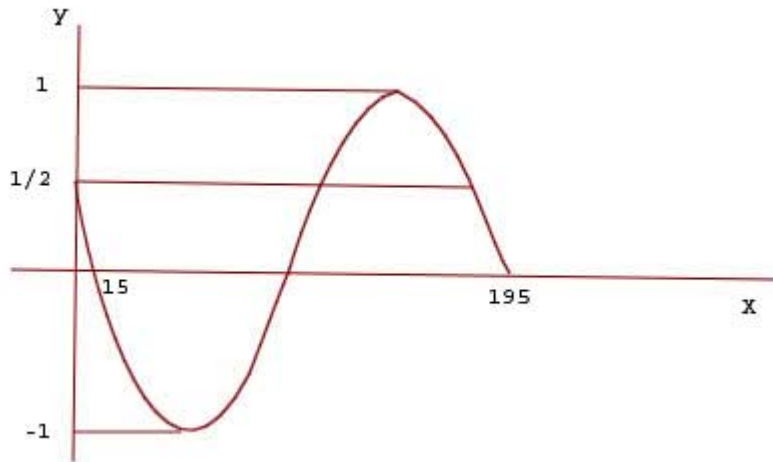
Sehingga nilai $\theta = 60^\circ$

6. Bentuk $\frac{\sin 6x + \sin 4x}{\cos 6x + \cos 4x}$ senilai dengan

Jawab :

$$\begin{aligned} \frac{\sin 6x + \sin 4x}{\cos 6x + \cos 4x} &= \frac{\cancel{2} \sin \frac{1}{2}(6x+4x) \cos \frac{1}{2}(6x-4x)}{\cancel{2} \cos \frac{1}{2}(6x+4x) \cos \frac{1}{2}(6x-4x)} \\ &= \tan \frac{1}{2} 10x = \tan 5x \end{aligned}$$

7. Persamaan grafik fungsi pada gambar adalah :



Jawab :

untuk pemecahan soal spt ini agak sedikit banyak logika yang dipakai dibarengi dengan teori

Urutan pemecahannya:

- dari grafik di atas dapat ditentukan bahwa grafik adalah sinusoidal sehingga fungsinya adalah sinus atau cosinus (bukan tangen)
- kita tentukan nilai maksimum dan minimum : maksimum adalah 1 dan minimum adalah -1
- kita lihat tabel sudut-sudut istimewa :

α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	~

kita lihat pada grafik apabila $x = 15^0$ menunjukkan nilai $y = 0$;

karena grafik bergeser ke kanan 15^0 maka fungsi yang dipakai adalah $(x - 15)^0$

(kalau bergeser kekiri fungsi yang dipakai $(x + 15)^0$)

kalau dimasukkan nilai 15^0 maka $(x - 15)^0 = 0^0$

nilai yang memenuhi adalah fungsi sinus karena $\sin 0^0 = 0$

fungsi grafik yang pertama kita dapat $y = \sin(x - 15)^0$ tetapi karena nilai minimumnya berada

di kuadran pertama maka fungsi grafiknya pertamanya menjadi $y = -\sin(x - 15)^0$.

(di kuadran pertama standarnya adalah positif)

Yang perlu diperhatikan lagi pada grafik memperlihatkan $\frac{1}{2}$ perioda (1 perioda adalah 360° sehingga persamaan terakhirnya menjadi $y = -\sin 2(x-15)^\circ$

Kita coba masukkan nilai perpotongan di sumbu x yaitu 15° , 105° dan 195°

$$x = 15^\circ \rightarrow y = -\sin 2(x-15)^\circ = -\sin 0^\circ = 0 \rightarrow \text{benar}$$

$$x = 105^\circ \rightarrow y = -\sin 2(x-15)^\circ = -\sin 180^\circ = -\sin(180^\circ - \alpha) \rightarrow \alpha = 0^\circ$$

maka $-\sin 180^\circ = -\sin 0^\circ = 0 \rightarrow \text{benar}$

Nilai minimum $y = -1$ yaitu di $x = 60^\circ$

$$x = 60^\circ \rightarrow y = -\sin 2(x-15)^\circ = -\sin 90^\circ = -1 \rightarrow \text{benar}$$

Nilai maximum $y = 1$ yaitu di $x = 150^\circ$

$$x = 150^\circ \rightarrow y = -\sin 2(x-15)^\circ = -\sin 270^\circ = -\sin(180^\circ + \alpha) = \sin \alpha = 1 \rightarrow \text{benar}$$

8. Persamaan $\sin x + \cos x = 0$ dengan $0^\circ < x < 360^\circ$

Jawab :

$$\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 0^2$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0 \quad (\sin^2 x + \cos^2 x = 1 ; 2 \sin x \cos x = \sin 2x)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -1$$

$$\text{Nilai yang memenuhi adalah } 2x = 270^\circ \rightarrow x = 135^\circ$$

$$\text{dan } 2x = 630^\circ \rightarrow x = 315^\circ \quad (\text{ingat } \sin(k \cdot 360^\circ + \alpha) = \sin \alpha)$$

(dan ingat teori mengenai nilai positif dan negative untuk setiap kuadran)

$$\text{Sehingga HP} = \{ 135^\circ, 315^\circ \}$$